



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚĂRINĂ”
Ediția a X-a, 14- 15 MAI 2010



CLASA a-X-a

1. Să se arate că pentru orice n natural, $n \geq 2$, este adevărată inegalitatea

$$\log_n(n+3) - \log_{n+1}(n+4) > 0.$$

Mariana Ursu

2. Fie numerele complexe distincte z_1, z_2, z_3 cu

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1.$$

Să se arate că

$$\min_{\alpha \in \mathbb{R}} |\alpha z_2 + (1 - \alpha) z_3 - z_1| = \frac{1}{2} |z_3 - z_1| |z_2 - z_1|.$$

Dorin Andrica, GMB 1/2010

3. Fie $k, m \in \mathbb{N}^*$ și $p \in \mathbb{N}$. Demonstrați că are loc identitatea

$$k^p C_m^k = \sum_{i=0}^{p-1} a_p^{(i)} A_m^{p-i} C_{m-p+i}^{k-p+i},$$

unde

$$a_{p+1}^{(i)} = (p-i+1)a_p^{(i-1)} + a_p^{(i)}, \quad a_p^{(i)} > 0.$$

Petru Braica, Ovidiu Pop

4. a) Să se arate că pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ cu $0 < x \leq y$ avem

$$x + y \leq \alpha x + \frac{y}{\alpha},$$

oricare ar fi $\alpha \in (0, 1]$.

- b) Să se arate că are loc inegalitatea

$$\frac{ad}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{d} + \frac{cd}{a} \geq a + b + c + d,$$

oricare ar fi a, b, c, d numere reale cu proprietatea $0 < a \leq b \leq c \leq d$.

Gheorghe Lobonț